

Disciplina: Matematica

Classe IVB

Docente: Renzelli Marco

Anno scolastico 2023-2024

CONTENUTI

Modulo 1: Goniometria e trigonometria.

1.1

Gli angoli sessagesimali e i radianti, il concetto di angolo orientato, la circonferenza goniometrica e le funzioni trigonometriche seno, coseno, tg e cotg. La tangente e il coefficiente angolare della retta. Grafici delle funzioni trigonometriche. Angoli associati. Funzioni trigonometriche inverse. Le funzioni goniometriche: l'ampiezza, la fase, la pulsazione, lo shift. Potenze e moduli di funzioni goniometriche. Formule goniometriche: funzioni goniometriche (sen, cos, tang) di somme e sottrazioni di angoli, duplicazione e bisezione di angoli, formule di Werner. Formule di prostaferesi, angolo tra due rette.

1.2

Introduzione alle equazioni goniometriche. Equazioni goniometriche, angolo associato, tecniche di risoluzione. Sistemi di equazioni goniometriche, disequazioni goniometriche, disequazioni goniometriche fratte e sistemi di disequazioni goniometriche. Il problema dell'angolo limite in ottica nell'ambito delle equazioni goniometriche.

1.3

La trigonometria. Gli inizi di Eratostene. Le corde. Trigonometria basata sulle corde. Il teorema di Carnot o di Pitagora generalizzato o dei coseni. Il teorema dei seni. La risoluzione di un triangolo qualsiasi data una combinazione di angoli e lati.

Modulo 2: Geometria in tre dimensioni.

2.1

Geometria sintetica in 3D: punti, rette piani nello spazio, richiami agli assiomi della geometria di Hilbert, i fasci e la nuova nozione di stelle, la nuova nozione di rette sghembe, parallelismo e convergenza in 3D.

Piani paralleli e incidenti, rette intersezione. Un piano come l'insieme delle rette parallele a una retta. Il teorema delle tre parallele. Le distanze, diedro, triedro, sezione normale, prisma, piramide. Poliedri regolari. Superfici e Volumi.

Le coniche. Apollonio e i luoghi geometrici. Dimostrazione dell'ellisse come luogo geometrico mediante sfere di Dandelin.

2.2

Ripasso geometria analitica 2D. I vettori. Introduzione alla geometria analitica 3D. Il teorema di Pitagora in 3D. Geometrie euclidee e non euclidee. Geometria ellittica e iperbolica. I piani nello spazio, equazione cartesiana dei piani. Ripasso vettori, ripasso prodotto scalare, vettori paralleli e perpendicolari.

Ripasso vettori, ripasso prodotto scalare, vettori paralleli e perpendicolari. L'equazione del piano partendo dal luogo dei vettori ortogonali a un vettore dato. Piani paralleli, distanza punto-piano. La retta come intersezione di due piani. La retta in forma parametrica. Confronto tra forma parametrica e leggi orarie in fisica. Rette parallele e perpendicolari.

Prodotto vettoriale, Le matrici, Il determinante. sistemi determinati, indeterminati, impossibili. Corrispondente geometrico dei sistemi. Il determinante 2×2 . Determinante nullo e vettori paralleli. Esercizi sui piani paralleli, coincidenti, secanti e perpendicolari. Vettori perpendicolari e prodotto scalare. I sistemi scritti con le matrici. Matrici 3×3 . Complementi algebrici e minori. Determinante di matrice $n \times n$. Regola di Sarrus. Trasformazioni isometriche e determinanti unitari. Prodotto vettore e determinante 3×3 .

Le matrici. Esempi di applicazione del determinante: i sistemi lineari (regola di Cramer), la classificazione delle coniche. La conica scritta come prodotto di matrici. Regole di moltiplicazione tra matrici. Determinante della matrice 3×3 e degenerazione della conica, determinante della 2×2 e tipologia di conica. Introduzione alle forme quadratiche. Introduzione alle quadriche, ellissoide iperboloide paraboloide. Le quadriche. Approccio matriciale. Similitudini con il caso delle coniche. Quadriche non degeneri e degeneri. Cilindri e coni: le loro equazioni, la loro rappresentazione matriciale, la natura geometrica delle loro equazioni. Intersezione di un cono di apertura qualsiasi con un piano: le coniche.

Modulo 3: Introduzione ai concetti di derivazione e integrazione

Newton e le tangenti: lo studio dei coefficienti angolari come funzioni del punto. Il concetto di "flussioni" e "fluenti" come corrispettivi delle moderne "derivate" e "primitive". Il collegamento tra tangenti e infinitesimi e la diatriba Newton-Leibnitz. Prima formalizzazione del principio di inversione. Il calcolo delle aree, la funzione area. Le aree come integrali e le tangenti come derivate. Derivata della somma di funzioni, integrale della somma di funzioni. Integrali e derivate come operatori lineari. La regola della derivata di funzione composta: la "chain rule". Applicazione alla teoria del potenziale: il campo elettrico come gradiente del potenziale. Esempio di applicazione della "chain rule": calcolo della derivata di una traiettoria parabolica e della derivata della funzione composta della legge oraria.

Modulo 4: Revisione del concetto di funzione, i numeri reali, i limiti, le derivate come limite del rapporto incrementale.

4.1

Definizione di funzione, classificazione delle funzioni, dominio di una funzione, zeri di funzione, funzioni iniettive, suriettive e biunivoche, funzioni invertibili, funzioni monotone, funzioni pari e dispari, funzioni trascendenti (ripasso rappresentazione geometrica di seno, coseno, tangente e cotangente). Esempio con la funzione di Dirichlet di una funzione che rispetta la definizione di funzione del libro ma che è molto diversa dalle funzioni così come vengono concepite.

4.2

I numeri Reali. L'algoritmo babilonese-egizio per l'estrazione delle radici quadrate. I pitagorici. Il significato profondo della scoperta che la radice quadrata di 2 non è razionale. Il problema dei numeri reali: la funzione esponenziale. L'idea della continuità di una funzione. La funzione di Dirichlet come esempio di funzione discontinua. Esercizi sulla discontinuità: la tecnica del delta ed epsilon per le funzioni lineari e per le funzioni quadratiche. I numeri irrazionali e le successioni di Cauchy. L'assioma della continuità dei numeri reali. L'interazione tra questo assioma e il concetto di limite.

Utilità delle funzioni esponenziali. Interessi composti. L'equazione differenziale che ha come soluzione la funzione esponenziale. Il numero di Nepero. Studio del dominio di definizione della funzione esponenziale, condizioni sulla funzione della base, come costruire il dominio della funzione totale. Introduzione alla funzione logaritmo come inversa dell'esponenziale. Proprietà del logaritmo di trasformare i prodotti in somme. Il metodo grafico-numerico per risolvere le equazioni. Legame tra la validità dell'algoritmo e il postulato di continuità dei reali. Sottoinsiemi numerabili dei Reali-gli Algebrici. La definizione matematica di infinito, la definizione di infinito numerabile, infiniti non numerabili. \aleph_0 e la potenza del continuo, metodo diagonale di Cantor.

4.3

Introduzione ai limiti e alle derivate. Leibniz e il concetto di limite del rapporto incrementale. Il problema dei limiti: come dimostrare che una funzione può avvicinarsi arbitrariamente a un valore limite. Come dimostrare che una funzione ha limite uguale a $+$ o $-$ infinito. Distinzione filosofica-matematica tra infinito in potenza e infinito in atto. Controesempi di limiti che non esistono. Limite come operatore lineare che può essere scambiato con le altre operazioni. Il teorema del confronto o dei carabinieri.

Modulo 5: Numeri complessi, funzioni trigonometriche e iperboliche.

Origine dell'unità immaginaria e soluzioni delle equazioni di grado n , isomorfismo tra reali e geometria analitica e rottura dell'isomorfismo con i numeri complessi. Forma cartesiana e polare, somme e prodotti, algebra dei vettori applicata ai numeri complessi. Il piano di Gauss. Funzioni complesse come funzioni definite su un piano di Gauss dominio e un piano di Gauss immagine.

Introduzione alle serie di funzioni, al cerchio di convergenza e alla formula di Eulero. uso della formula di Eulero per evidenziare come il collegamento tra seni circolari e iperboliche sia attraverso l'uso di angoli immaginari.

TEMATICHE INTERDISCIPLINARI

Fisica (leggi orarie e traiettorie, campi e funzioni potenziali).

Educazione civica (Algoritmi di calcolo numeri irrazionali)

EDUCAZIONE CIVICA, CITTADINANZA DIGITALE

Funzionamento dei computer, architettura di Von Neumann, Macchina di Turing, implementazione degli algoritmi di Erone, Briggs e Tolomeo su computer mediante uso di Microsoft Excel, del linguaggio C o del linguaggio Python sul Colab dell'account Google di classe.

METODI, MEZZI E STRUMENTI DIDATTICI

Libro di testo, materiale reperito in rete;

SPAZI E TEMPI: Le lezioni sono state effettuate in classe quattro ore alla settimana.

Roma, 9 giugno 2024

Il Docente

